

# Dispersión Random Walk, irreversibilidad y velocidad del flujo no uniforme en los cauces turbulentos\*

## Random walk dispersion, irreversibility and nonuniform flow speed in turbulent flows

---

### Alfredo Constain Aragón

Ingeniero electrónico, Director de Investigación de Amazonas Technologies  
alfredo.constain@amazonastech.com

### Jairo Carvajal Ruiz

Ingeniero eléctrico, gerente Amazonas Technologies.  
jairo.carvajal@amazonastech.com

### Alejandro Carvajal Ruiz

Ingeniero electrónico, director Ingeniería Amazonas Technologies  
alejandro.carvajal@amazonastech.com

### Rodrigo Lemos Ruiz

Ingeniero hidráulico, Profesor Departamento. de Hidráulica, Universidad del Cauca, Popayán  
ralemos@ucauca.edu.co

Grupo de investigación *Ingeniería hidrométrica* de Cali y Popayán,

---

## Resumen

En este artículo se presenta una discusión detallada de la ecuación de velocidad media del cauce en condiciones de flujo variado, propuesta por el grupo de hidrometría de Cali y Popayán y su aplicación a algunos temas interesantes en la teoría del transporte de solutos conservativos. Como se verá, la fundamentación de esta teoría no corresponde al enfoque tradicional que parte de una ecuación diferencial para dar una descripción del punto. Más bien está en la línea propuesta por I. Prigogine que prefiere una descripción no local, fuertemente anclada en conceptos de tipo termodinámico. La coincidencia entre los modelos teóricos y las curvas experimentales para este enfoque, y su simplicidad en relación con otras aproximaciones, hacen de esta teoría una opción muy eficiente para la descripción de procesos de contaminación en cauces naturales.

---

**Palabras clave:** Hidráulica, termodinámica del no equilibrio, movimiento Random Walk, transporte de masa en flujos turbulentos.

---

## Abstract

This article presents a detailed discussion by the Hydrometrics Group of Cali and Popayán on the average speed equation of riverbeds in varied flow conditions and its applications in some interesting topics in the theory of Conservative Solute Transport. As it can be noted, the foundations of this theory do not follow a traditional approach which initiates with a differential equation to give a description of the point. It rather takes Prigogine's proposal as a base, which prefers a non-local description, grounded in notions of thermodynamics. The coincidence between the theoretical models and the experimental curves for this approach and its simplicity compared to other approximations make this theory an efficient option to describe the pollution processes in natural riverbeds.

---

**Keywords:** hydraulics, non-equilibrium thermodynamics, Random Walk movement, mass transport in turbulent flows.

---

\* Proyecto de investigación universidad-industria, patrocinado por el Parque del Software de Cali (Empresa Amazonas Technologies).  
Fecha de recepción: Julio de 2004  
Aceptado para su publicación: Septiembre de 2004

## Introducción

Este artículo presenta una discusión de la ecuación para la velocidad del flujo en régimen no uniforme, que se deriva a partir de una hipótesis que relaciona el movimiento advectivo con el movimiento difusivo en los cauces naturales. Este trabajo ha sido desarrollado por el grupo de ingeniería hidrométrica de Cali y Popayán, dentro de un proyecto de investigación universidad-industria, patrocinado por Parquesoft Cali (Empresa Amazonas Technologies<sup>1</sup>), la Universidad de los Andes (Proyecto IBERCHIP<sup>2</sup>) y la Universidad del Cauca (Departamento de Hidráulica<sup>3</sup>), con el apoyo de Colciencias y la CVC.

En él se analizan al principio las fundamentaciones básicas de tal ecuación, especialmente desde el punto de vista de la naturaleza errática de sus movimientos, para llegar luego a una expresión macroscópica. Esta se ubica luego en un contexto hidráulico y se analizan algunos aspectos básicos relacionados con ella. Para ilustrar las aplicaciones prácticas de la ecuación se documentan dos experiencias de campo.

Este artículo no pretende hacer una exposición detallada ni rigurosa de los múltiples aspectos relacionados con las teorías estadísticas de I. Prigogine, sobre las cuales se basa el enfoque central de la ecuación propuesta; más bien su objetivo es aplicado, tratando de utilizar los conceptos ya reconocidos de este

autor para proponer una fórmula práctica en ingeniería.

## Metodología

El trabajo presentado cubre siete años de desarrollo continuo dentro del tema de medición de parámetros hidráulicos y de transporte a partir del análisis de curvas de trazador. La metodología que guió este desarrollo científico-tecnológico se basó en los siguientes pasos secuenciales:

1. Recolección inicial de datos.
2. Estudio de los datos y propuestas teóricas iniciales.
3. Verificaciones de campo.
4. Ajustes teóricos intermedios.
5. Verificaciones de campo finales.
6. Ajustes teóricos finales.<sup>4</sup>
7. Desarrollo de la tecnología.
8. Prueba de la tecnología en campo.
9. Ajustes finales a la tecnología y
10. Comercialización de la tecnología.

Este texto se enfoca, de manera especial, en los lineamientos teóricos y en las verificaciones experimentales, dejando para un artículo posterior lo correspondiente a la tecnología.

---

1. Proyecto Expopyme de Proexport.  
 2. Proyecto para el desarrollo de una interfaz de multimediación con tecnología microelectrónica española.  
 3. Proyecto para caracterización hidráulica de cauces desde el punto de vista de concentración de iones utilizando los modelos teóricos desarrollados.  
 4. Todo desarrollo científico es por naturaleza "provisional". La palabra "final" hace referencia al estado de la propuesta en la cual existe una certidumbre razonable de que los resultados son estadísticamente significativos, reflejando una convergencia de principio entre la teoría y los datos experimentales recogidos.

## Modelo teórico

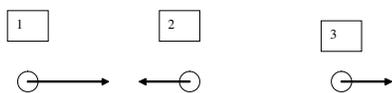
### Movimiento "Random Walk"

#### Definición básica

El movimiento de partículas totalmente al azar, o "Random Walk", se define normalmente como un proceso en el que a partir de un punto central donde hay una mayor densidad de partículas, ellas se dispersan hacia todos los lados en procesos elementales "avance-latencia-avance", de manera completamente independiente una de otra. Si se considera un movimiento unidimensional, entonces las partículas se mueven aleatoriamente a izquierda o derecha mediante un mecanismo de decisión similar al tiro de "cara" o "sello" denominado "esquema de Bernoulli".

En la Figura 1 se muestran tres puntos de latencia, de los cuales salen tres partículas, la primera y la tercera tomaron la decisión aleatoria (probabilidad  $\frac{1}{2}$ ) de ir a derecha, mientras que la segunda tomó la decisión aleatoria (probabilidad  $\frac{1}{2}$ ) de ir a izquierda.

**Figura 1**



El resultado final al cabo de un tiempo  $\tau$  dado, es que haya un desplazamiento macroscópico representativo, proporcional a la raíz cuadrada del tiempo, mediante la relación siguiente o ecuación de difusión de Einstein- Smoluchowsky:

$$\overline{X^2} = 2E\tau \quad (1)$$

El primer miembro corresponde al promedio de los diferentes desplazamientos elevados al cuadrado. Las especificidades de cada tipo de movimiento "Random Walk" se reflejan en un mayor o menor valor del coeficiente  $E$  de difusión, en el segundo miembro. El coeficiente 2 tiene que ver con el movimiento en una sola coordenada.

Históricamente el movimiento "Random Walk" se ha asociado a la aplicación del Teorema Central del Límite, que permite calcular el efecto global aditivo de contribuciones aleatorias (independientes). Ha sido, además, enfocado como un caso particular de los llamados "Esquemas de Markov", que son generalizaciones del concepto de ensayos (sucesos secuenciales aleatorios) independientes.

Los sistemas condensados reales tienen sus partículas en constante movimiento, o sea con un componente de energía cinética (función de las velocidades de todas sus partículas) pero también con interacciones potenciales entre estas partículas (función de las posiciones de todas ellas). El componente cinético de la energía es movimiento errático independiente para cada partícula, por lo que se puede considerar "Random Walk". Su ejemplo más simple es el modelo de gas ideal en el que la Ley de Distribución de Maxwell-Boltzmann ofrece información sobre cómo se reparten diferentes grupos de partículas en cuanto a su velocidad "en total desorden", como función de la temperatura. El movimiento asociado a la parte potencial de la energía no ha sido fácilmente identificado ni calculado, y se ha constituido en un gran obstáculo para la consolidación de las diferentes teorías microscópicas, en especial la de los líquidos.

### Ampliación del concepto “Random Walk”

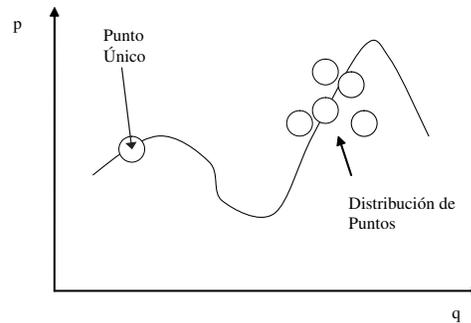
Contemporáneamente I. Prigogine ha propuesto un nuevo rol para el movimiento “Random Walk” con base en los desarrollos de la “termodinámica de los procesos irreversibles”, en los que los movimientos de las partículas que interactúan mediante fuerzas potenciales son interpretados también mediante este modelo de puro azar. Para comprender esta innovadora propuesta se debe analizar con algún detalle el gran esfuerzo que ha realizado el llamado Grupo de Bruselas<sup>5</sup> para elucidar el problema de la irreversibilidad como una “flecha del tiempo” y de la naturaleza de los movimientos de las partículas correlacionadas en los procesos disipativos en donde hay un aumento de la entropía.

El concepto de trayectoria sirve para puntualizar el análisis de las innovaciones conceptuales que ofrece la teoría de Prigogine con respecto a los sistemas irreversibles.

Una trayectoria se define como el conjunto de par ordenados momento-posición  $(p, q)$  en el espacio de fases que se puede relacionar con la solución de la ecuación diferencial que describe el movimiento de la partícula. La teoría convencional ofrece una descripción de las trayectorias bien como secuencia ordenada de puntos únicos (las trayectorias propiamente dichas) o bien como “distribución de probabilidad”, conjunto extendido de puntos que simulan una visión borrosa de la curva (Figura 2). Este doble enfoque es conocido desde los trabajos de Gibbs y Einstein, en los que el

enfoque tipo “distribución” (segundo caso) es una forma práctica de manejo de la ignorancia debido a la gran complejidad aparente del sistema.

**Figura 2**



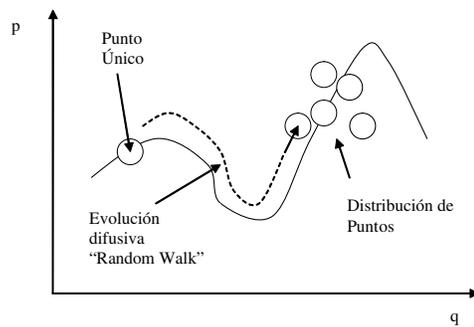
Para aquellos sistemas con *interacciones transitorias*,<sup>6</sup> ambas representaciones son equivalentes: Las trayectorias se pueden deducir de las distribuciones de probabilidad. Para sistemas con *interacciones persistentes* esa equivalencia se pierde completamente y la descripción probabilística es mucho más completa que la de trayectorias. La razón es que, como explica Prigogine, cuando ocurre un intenso proceso de colisiones aparecen fenómenos de *acoplamientos de frecuencia* entre los diferentes grados de libertad, expresados como componentes espectrales. Estos acoplamientos son responsables por *divergencias en las trayectorias*, como lo indicó en su momento H. Poincaré, lo que hace imposible el cálculo sistemático de las mismas y, por lo tanto, intrínsecamente menos completo su contenido de información. Es lo que modernamente se llama “dependencia sensible de las condiciones iniciales”, por cuanto dos puntos iniciales cercanos ar-

5. Grupo multidisciplinario de científicos en Bélgica y Estados Unidos que han contribuido con teorías y verificaciones computacionales al desarrollo de la “Termodinámica de los procesos irreversibles”. Fue dirigido por I. Prigogine hasta su muerte en 1996.

6. Son aquellas interacciones en las que las partículas se comportan como “entes libres” la gran mayoría del tiempo. Lo contrario son “interacciones persistentes”.

bitrariamente en el espacio de las fases, pueden llegar a evolucionar separándose exponencialmente hasta quedar muy lejos uno del otro. Esto implica que en este proceso un punto único, típico de una representación de trayectoria, evoluciona hacia una distribución de probabilidad en un proceso muy parecido a un movimiento "Random Walk" (Figura 3).

**Figura 3**



Físicamente, la forma esquemática en que esto ocurre se relaciona con el modelo de partículas "libres" que colisionan en secuencias aleatorias, estableciendo un vínculo potencial (función de la distancia), el cual puede representarse como un proceso de acople entre un oscilador y un campo definido por modos, según las resonancias de Poincaré, que generan un movimiento "Random Walk" en las partículas consideradas, gracias a la aleatoriedad de las fases asociadas a los modos del campo. Matemáticamente estos procesos se describen a partir de transformaciones que muestran la ruptura de la simetría temporal y que son ampliaciones muy complejas de esquemas básicos de aplicaciones caóticas, como la "aplicación del panadero", que realiza su proceso estocástico mediante patrones simples de "puro azar", como son las "selecciones de Bernoulli", muy similares a las que se pueden hacer con una moneda,

a cara y sello, o sea con probabilidades  $\frac{1}{2}$  para un sentido o para el otro, característica fundamental del esquema "Random Walk".

Entonces, de manera simplificada, se puede afirmar que el tipo de movimiento *completamente al azar* cubre el conjunto de los movimientos erráticos de la materia condensada en condiciones diversas y está presente en movimientos independientes de las partículas *libres* que contienen la energía cinética (térmica) pero también en los movimientos dependientes de las partículas que colisionan, interrelacionadas mediante un campo potencial. Esto ocurre en los sistemas que presentan condiciones de irreversibilidad, o sea con producción de entropía.

## **Ecuación del transporte**

Para poder entender cómo se relacionan posteriormente los aspectos del movimiento advectivo (ordenado, macroscópico) con los del movimiento difusivo (desordenado, microscópico) en un cauce natural, es necesario ahora hacer una revisión resumida de los principales lineamientos de la difusión como mecanismo de transporte.

### **Interpretación clásica de la ecuación unidimensional de transporte de masa en un flujo turbulento**

Dos son los principales procesos de transporte de masa que se plantean usualmente: La difusión y la dispersión. Ellos son definidos para las tres dimensiones, pero por simplicidad se considera sólo la coordenada longitudinal.

La difusión se define como el proceso de mezcla aleatoria por la presencia de colisiones tér-

micas y colisiones asociadas a la turbulencia. La dispersión se define como el proceso de "ruptura" de manchas de trazador, o sustancia de prueba, que avanzan en sentido longitudinal, debido a la presencia de gradientes erráticos de velocidad.

Tradicionalmente, tanto difusión como dispersión han estado descritas por las ecuaciones clásicas del transporte que involucran leyes de conservación. La forma más básica de difusión corresponde a la difusión térmica o movimiento browniano propiamente dicho. Aquí  $C$  es la concentración de trazador,  $U_x$  es la velocidad media medida en el plano que avanza sobre la sección transversal y el coeficiente de difusión térmica es  $D_T$ .

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U_x \frac{\partial C}{\partial x} = D_T \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (2)$$

Le sigue la difusión turbulenta, la cual agrega un término en función de las fluctuaciones temporales de concentración  $c'$  y velocidad  $u'$ , cuyo producto se integra en el tiempo mediante la barra simple, como se muestra en seguida:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U_x \frac{\partial C}{\partial x} = D_T \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial(\overline{u'c'})}{\partial x} \quad (3)$$

En este caso se plantea una analogía con la Primera Ley de Fick, que permite definir un coeficiente de difusión turbulenta  $e_x$ .

$$\overline{u'c'} = -e_x \frac{\partial C}{\partial x} \quad (4)$$

Por lo tanto,

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U_x \frac{\partial C}{\partial x} = (D_T + e_x) \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (5)$$

Por último se considera la dispersión longitudinal, que se agrega sumando un tercer término a la ecuación general en función de fluctuaciones de concentración y velocidad en el espacio,  $c''$  y  $u''$ , que se integran con una barra doble en el espacio asociado a la sección transversal considerada:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U_x \frac{\partial C}{\partial x} = (D_T + e_x) \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial(\overline{\overline{u''c''}})}{\partial x} \quad (6)$$

También se plantea una analogía con la Primera Ley de Fick, que permite definir un coeficiente de dispersión,  $K_x$ :

$$\overline{\overline{u''c''}} = -K_x \frac{\partial C}{\partial x} \quad (7)$$

Por lo tanto,

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U_x \frac{\partial C}{\partial x} = (D_T + e_x + K_x) \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (8)$$

Al factor en paréntesis se le asigna la letra  $E$  y se le llama genéricamente coeficiente de difusión-dispersión

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U_x \frac{\partial C}{\partial x} = E \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (9)$$

### Interpretación clásica del coeficiente de difusión-dispersión

Una interpretación usual del coeficiente general de difusión-dispersión implicaría un análisis de las fluctuaciones de velocidad y concentración, tanto en el tiempo como en el espacio, como se muestra en la siguiente ecuación:

$$E = D_T + e_x + K_x = D_T + \frac{\overline{u'c'}}{\left(\frac{\partial C}{\partial x}\right)} + \frac{\overline{\overline{u''c''}}}{\left(\frac{\partial C}{\partial x}\right)} \quad (10)$$

Este análisis no está exento de problemas formales y metodológicos. Primero: el manejo de las fluctuaciones, tanto en el tiempo como en el espacio se realiza sobre la base de expresiones integrales, las cuales para los cálculos reales, en el caso de cauces naturales, se expresan por aproximaciones de sumatorias de incrementos, algunas veces de gran complejidad y discutible exactitud. Segundo: para las fluctuaciones espaciales integradas sobre la sección transversal de avance del trazador (segundo sumando del miembro de la extrema derecha) se imponen restricciones especiales relacionadas con la naturaleza no-fickiana del avance del trazador. En efecto, en el desarrollo de las ecuaciones 6 y 7 se supuso que la fluctuación de velocidad  $u''$ , adelante y atrás de un plano que barre la sección transversal, moviéndose con  $U_x$ , sólo dependía del gradiente de concentración de trazador y del coeficiente general de difusión-dispersión; pero ello no es así en situaciones iniciales en las que se presenta una velocidad mayor en el frente del trazador y una velocidad menor en su "cola". Se debe esperar a que su curva de trazador tenga una forma más simétrica, más fickiana, para que las ecuaciones propuestas tengan toda su validez.

Tercero, y quizá lo más importante, es que las fluctuaciones como normalmente son entendidas se enfocan como una magnitud cercana a la varianza de la distribución en estudio. Si esta distribución es gaussiana, como normalmente lo es en los casos notables, entonces la varianza normalmente es mucho menor que el valor medio, o sea cumpliendo con la ley de los grandes números (y con el teorema central del límite, naturalmente). Prigogine de-

muestra que las fluctuaciones debidas a la dinámica irreversible (caótica) pueden llegar a ser de un orden de magnitud similar a la media y, por tanto, de gran envergadura; violando el Teorema Central del Límite. Las fluctuaciones que se manejan en la teoría convencional del transporte de masa *no son* exactamente iguales a las que se sabe que existen, implicando esta asimetría un problema ciertamente difícil de manejar si se parte de una naturaleza exclusivamente gaussiana para las fluctuaciones.

#### **Fenómenos de difusión-dispersión en función del movimiento "Random Walk"**

Ya se ha señalado como las presunciones de naturaleza fickiana son utilizadas para la difusión turbulenta y para la dispersión en las aproximaciones convencionales para la teoría del transporte de masa en los flujos naturales (ecuaciones 4 y 7). Esto en realidad significa un apoyo no formalizado a una interpretación del movimiento errático del flujo en forma de movimiento "Random Walk". Se tratará ahora de explorar una base racional más firme para esta presunción.

El primer análisis tiene que ver con el cumplimiento del movimiento "Random Walk" de las condiciones más simples que requiere la ecuación básica del transporte para ser válida. Se rescribe, entonces, la ecuación básica del transporte (Ecuación 9):

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U_x \frac{\partial C}{\partial x} = E \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$$

El cambio de concentración con el tiempo va a depender de un movimiento *ordenado* (advectivo) y de un movimiento *desordenado* (di-

fusivo). El movimiento *advectivo puro*, que corresponde al segundo sumando del primer miembro, comprende el movimiento de todas las partículas en el dominio considerado que tengan *exactamente* la velocidad media  $\bar{u}$ . El movimiento *difusivo puro* corresponde al miembro derecho de la ecuación, comprende las partículas restantes en el dominio que se mueven con velocidad *diferente de*  $\bar{u}$ . Por tanto estos dos tipos de movimientos son *mutuamente excluyentes* en el sentido en que no interfieren entre sí. Por esta razón la estructura del segundo movimiento tiene que ser de tal forma que no presente alguna contribución al primero, o sea algún componente que pueda adicionar el valor exacto de  $\bar{u}$ . La forma más simple en que esto se puede garantizar es que *todos los movimientos aleatorios se neutralicen mutuamente* dando un resultante neto de cero. El movimiento "Random Walk" cumple con este requisito, pues tiene la particularidad de que cualquier movimiento que se presente (en dirección y módulo) es neutralizado por otro exactamente contrario, condición derivada de la equiprobabilidad y homogeneidad de los diferentes movimientos erráticos que este modelo matemático conlleva.

El segundo análisis compete a unas necesidades epistemológicas más profundas, como la urgencia de unificar las descripciones micro y macroscópicas derivadas de la convergencia hallada recientemente entre dinámica y termodinámica a un nivel funcional, que permita reinterpretar la turbulencia como un fenómeno caótico que se encuadra perfectamente en esta teoría contemporánea. Y también la

conveniencia de disponer de argumentaciones con la adecuada *parsimonia de niveles gnoseológicos*, en los que fenómenos suficientemente generales sean referidos a modelos igualmente generales. Las fluctuaciones, como se han definido y utilizado en la teoría clásica del transporte de masa, son un concepto importante, pero no el más significativo ni el más conveniente. ¿Por qué no utilizar *directamente* el concepto *general* que subyace en *todos* los movimientos accidentales que se pueden identificar en el movimiento del fluido?

Si se redefine el proceso de difusión-dispersión en función de un movimiento "Random Walk" no es necesario apelar a las fluctuaciones ni a su complicada manipulación algebraica para los casos prácticos concretos, simplemente se formula una ecuación de Einstein-Smoluchowsky, que comprenda *todos* los movimientos, tanto de difusión como de dispersión. Siguiendo estos lineamientos, se puede definir el coeficiente de difusión-dispersión como:

$$E = \frac{\overline{X^2}}{2\tau_g} \quad (11)$$

Aquí  $\overline{X^2}$  es el desplazamiento cuadrático medio resultante y  $\tau_g$  es un tiempo característico general, dependiente de los tres tipos de transporte involucrados: difusión térmica, difusión turbulenta y dispersión.

### **Ecuación de velocidad del flujo para el régimen no uniforme que se ha propuesto**

#### **Consideraciones generales**

Partiendo de una naturaleza "Random Walk" para todos los movimientos erráticos en tur-

bulencia de flujos, se puede proponer un desplazamiento de este tipo para la masa del trazador vertido súbitamente aguas arriba del sitio de observación, que evoluciona en el fluido

$$\Delta^2 = 2E\tau \quad (12)$$

Aquí  $\Delta$  es la longitud característica de difusión-dispersión que recorre el 68% de la masa del trazador en un tiempo característico  $\tau$  y  $E$  es el coeficiente unidimensional de dispersión. Si se define la velocidad de difusión "Random Walk" de la masa del trazador como:<sup>7</sup>

$$V_{dif} = \frac{\Delta}{\tau} \quad (13)$$

Entonces:

$$V_{dif} = \sqrt{\frac{2E}{\tau}} \quad (14)$$

Como el vertimiento del trazador perturba el equilibrio electroquímico en ese entorno, de acuerdo con el principio de Le Chatelier, el proceso de difusión-dispersión de esta masa tratará de restaurar el equilibrio. Y la velocidad de difusión será al principio muy grande y luego irá disminuyendo, en la medida en que el sistema perturbado restaura el equilibrio. Esto implica que la masa del trazador, como un todo, es transportada por el agua con una velocidad media advectiva (ordenada) de  $U_x$ , pero que, además, es dispersado en proporción al valor de  $U_x$ , como causa real de las inestabilidades dinámicas en la hidráulica de un proceso así. Por esta razón se podrá establecer una relación directa entre la velocidad advectiva  $U_x$  y la velocidad difusiva  $V_{dif}$ .

$$\phi(t) = \frac{V_{dif}}{U_x} \quad (15)$$

Donde  $\phi(t)$  es una función decreciente del tiempo<sup>8</sup> que conlleva la información de la asimetría de la riada del trazador, como reflejo de la evolución termodinámica del mismo. Entonces, se llega a la definición de una velocidad advectiva delimitada sólo por el cumplimiento para su movimiento aleatorio del modelo "Random Walk" y, por lo tanto, aplicable a todo tipo de régimen hidráulico.

$$U_x = \frac{1}{\phi} \times \sqrt{\frac{2E}{\tau}} \quad (16a)$$

Esta ecuación tiene una estructura similar a la relación clásica de Chezy para flujo uniforme, en la que un coeficiente de resistencia al flujo  $C$ , se multiplica por la raíz cuadrada del producto "pendiente"  $S$  y "radio hidráulico"  $R$ .

$$U_x = C \times \sqrt{RS} \quad (16b)$$

### La nueva ecuación y su interpretación en un contexto hidráulico básico

Entonces, la ecuación 16a no está ligada a que el régimen sea uniforme, a que haya una constancia de la velocidad del flujo en el cauce, pues en régimen no uniforme se tendrán condiciones más cercanas a una mezcla ideal. En seguida, se indicará cómo se puede interpretar esta situación.

Considerando cierta sección transversal en un cauce, si existe un campo de velocidad en la dirección "X", definida sobre una muy delgada cinta en el eje Y, la cual puede ser función

7. Estrictamente,  $\Delta$  debería escribirse  $\sqrt{\Delta^2}$  para connotar su significación estadística.

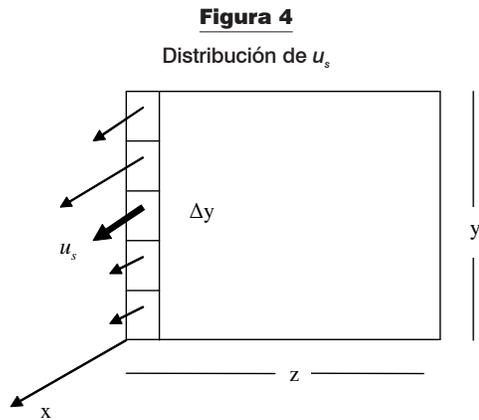
8. A partir de un cierto momento, tal como se explica en el apartado 3.5.3

del tiempo, se puede aceptar que cada vector de velocidad elemental cae en el centro de una longitud elemental  $\Delta y$ , entonces, es posible que se tenga una *velocidad media para* cada una de esas cintas en la dirección X, ubicada también en el centro de la cinta, como se ve en la Figura 4:

Matemáticamente se puede expresar así:

$$u_s = \frac{u_1 \Delta y_1 + u_2 \Delta y_2 + \dots + u_n \Delta y_n}{\Delta y_1 + \Delta y_2 + \dots + \Delta y_n} \quad (17)$$

Esta velocidad media en la dirección X para la cinta puede ser escrita en una forma más exacta, considerando una *distribución continua de velocidad* para la cinta  $u(y)$  y, entonces, integrando apropiadamente:



$$u_s = \lim_{i \rightarrow \infty} \frac{\sum u_i \Delta y_i}{\sum \Delta y_i} = \frac{\int u(y) dy}{\int dy} \quad (18)$$

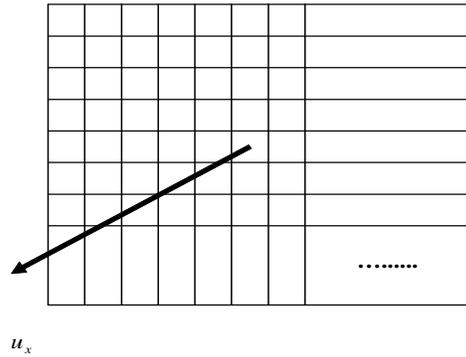
Entonces, es fácil extender la operación a una superficie (YZ) definiendo una *velocidad media*  $u_x$  para toda la superficie, actuando cada vector en su centro de masa (Figura 5).

$$u_x = \frac{\int \int u(y, z) dy dz}{\int \int dy dz} \quad (19)$$

Ahora, considerando un infinito número de secciones transversales a lo largo de la coordenada longitudinal X, entre límites  $a$  y  $b$ , se puede definir una *velocidad media del flujo* como sigue:

$$U_x = \frac{\int_a^b u_x \psi(x, t) dx}{\int_a^b \psi(x, t) dx} \quad (20)$$

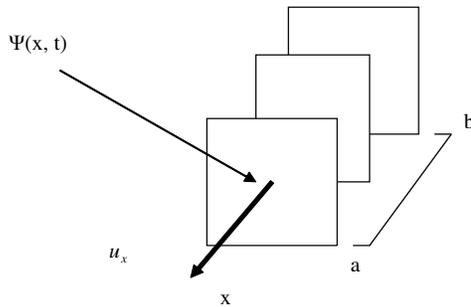
**Figura 5**  
Velocidad actuando en el centro de masa de la superficie



Aquí  $u_x$ , definida como en la ecuación 19 es una distribución continua de velocidad definida sobre todos los centros de masa de todos los planos (secciones transversales) del cauce a lo largo de X, y  $\psi(x, t)$  es una *función ponderadora* que representa la masa relativa que es movida en cada centro de masa con  $u_x$ . Así mismo,  $a$  es el punto de inicio y  $b$  es el punto final de la integración (Figura 6).

De la discusión precedente, es claro que la definición de  $u_x$  puede ser aplicada a un *régimen de flujo variado* porque la integral definida en la ecuación 20 no tiene restricciones para los valores locales de la velocidad  $u_x$ . En sentido general,  $u_x$  es una función del tiempo, de la misma forma que  $\psi(x, t)$ , y entonces  $u_x$

**Figura 6**  
Interpretación gráfica de  $u_x$



será una medida *net*a de la velocidad en el tramo considerado. Esta velocidad será estacionaria si las condiciones dinámicas *promedio* del tramo no cambian.

Es claro que aunque el régimen de flujo sea *variado*, es factible establecer un valor promedio de velocidad en un tramo. Esta velocidad media corresponde a un gasto de energía por fricción completamente determinado y se podría, entonces, plantear una situación de equilibrio dinámico.

$$\psi(x, t) = C_r(x, t) = \frac{M}{A \sqrt{4\pi E t}} e^{-\frac{(x-U_x t)^2}{4 E t}}$$

### La relación entre el transporte de masa en un cauce turbulento y la velocidad de flujo

Una forma directa de observar la capacidad de transporte de un cauce es verter súbitamente cierta masa del trazador *aguas arriba* y luego caracterizar el transporte *total* por el transporte del trazador, considerando que el mecanismo molecular es muy similar en ambos casos.

Aquí surge una pregunta fundamental acerca de la naturaleza y forma de la función  $\psi(x, t)$ . Para contestarla se analiza la forma en la cual es observado el proceso, encontrándose dos posibles formas: Primera, si el observador se traslada simultáneamente con la parcela de flujo que es estudiada ( $U_x$ ), la cual es denomi-

nada como *observación lagrangiana*. En este caso el observador no detecta ningún movimiento ordenado en el cauce, ya que su velocidad relativa es nula. El único efecto medible es una difusión magnificada, descrita por una forma *fickiana* (simétrica). Entonces se tendrá una función de ponderación que es la definición clásica del transporte de masa por difusión:

$$(21)$$

Aquí  $M$  es la masa del trazador y  $A$  el área de la sección transversal. Segunda, si el observador permanece estacionario en un punto  $X$ , con una velocidad relativa finita respecto del cauce, se tendrá una *descripción euleriana*. En este caso el observador detecta un movimiento ordenado en el cauce con  $U_x$  y entonces la función de ponderación  $\psi(x, t)$ , será definida por una forma *no-fickiana*:

$$\psi(x, t) = C_r(x, t) = \frac{M}{Q \phi t \sqrt{2\pi \beta}} e^{-\frac{(x-U_x t)^2}{2 \beta \phi^2 U_x^2 t^2}} \quad (22)$$

Esta fórmula sale de reemplazar la ecuación 16a en la 21 donde  $\phi$  es la función del tiempo definida en la relación 15,  $Q$  es el caudal y  $\beta$  es un factor de forma que vale aproximadamente 0.214. Debe notarse que  $t$  aparece en esta ecuación no como raíz cuadrática, debido a que  $E$  se plantea como una función del tiempo y no como una constante (planteamiento usual) que operada en la ecuación 21 lleva a este resultado. La función 22 reproduce con gran fidelidad tanto la altura de las curvas experimentales como su asimetría.

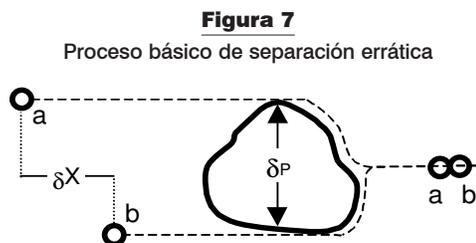
La velocidad del flujo, tal como es definida en la ecuación 20, tendrá entonces la informa-

ción del transporte. Además, la concentración del trazador podrá ser modelada mediante la ecuación 22 y comparada con los datos experimentales, como se explica ampliamente en los ejemplos reales mostrados.

### Relación entre fenómenos de transporte y parámetros hidráulicos

Tanto la difusión como la dispersión ocasionan el alejamiento casual de un par aleatorio de partículas tomadas inicialmente en un mismo sitio, pues corresponde a un proceso de aumento de entropía por incremento de volumen y, por lo tanto, al paulatino incremento de sus longitudes características internas, tal como usualmente se examina el proceso de dilución en la termodinámica.

Por lo tanto, el mecanismo básico de difusión y dispersión en cauces puede ser calculado en términos de cuán rápido son separadas erráticamente dos partículas inicialmente unidas por efecto de gradientes aleatorios de velocidad actuando en una *longitud característica*  $\delta p$ , causando una *longitud elemental de dispersión*  $\delta X$  en un *tiempo característico*  $\tau$  (Figura 7).



9. Se acepta que la disipación de energía se realiza a nivel de las fuerzas de fricción.

10. Se deja el  $\frac{1}{2}$  de la definición de la energía cinética para ajustar luego el valor del radio hidráulico que se emplea para cauces.

Entonces  $\delta X$  es la distancia entre la partícula  $a$  y la partícula  $b$  después de ser dispersadas y se define como:

$$\delta X = \left( \frac{\partial U_x}{\partial z} \right) d_p \tau \quad (23)$$

Ahora, si se toma en cuenta la acción de la fuerza de rozamiento<sup>9</sup>  $f_r$ , permitiendo definir los gradientes de velocidad en términos de un área de aplicación  $A$ , y la viscosidad dinámica  $\eta$ , se tiene:

$$\left( \frac{\partial U_x}{\partial z} \right) = \frac{f_r}{\eta A} \quad (24)$$

El movimiento de las partículas del trazador es originado por la acción del agente externo gravitacional, el cual hace trabajo contra las fuerzas de fricción en el fluido. En seguida se usa una definición alterna del *número de Reynolds*,<sup>10</sup> como sigue:

$$R_e = \frac{\frac{1}{2} m U_x^2}{f_r \delta X} \quad (25)$$

Aquí  $m$  es la masa del fluido involucrado en un volumen  $(A \cdot dp)$ . Entonces, combinando estas relaciones y tomando en cuenta todo el volumen, la ecuación 23 queda:

$$\delta X = \frac{m U_x^2 d_p \tau}{2 R_e \delta X \eta A} \quad (26)$$

La densidad del agua puede ser escrita como:

$$\rho = \frac{m}{A \times dp} \quad (27)$$

Reorganizando un incremento longitudinal e introduciendo la *viscosidad cinemática* del agua  $\nu$ , la ecuación 26 llega a ser:

$$\delta X^2 = \frac{dp^2 U_x^2 \rho \tau}{2R_e \eta} = \frac{dp^2 U_x^2 \tau}{2R_e \nu} \quad (28)$$

Ahora, esta longitud cuadrática, que corresponde a un entorno localizado para un par de partículas, puede ser tomada como proporcional a la longitud característica de la dispersión-difusión como fenómeno global, deslocalizado, por medio de una constante de proporcionalidad  $\theta$ <sup>11</sup> que promedie las veces que este proceso elemental está, como un todo, en un espacio y un tiempo característicos  $\Delta$  y  $\tau$ . Además, multiplicando y dividiendo por dos se tiene:

$$\Delta^2 = 2 \left( \frac{\theta dp^2 U_x^2}{4R_e \nu} \right) \tau \quad (29)$$

En este caso, la cantidad en paréntesis es el *coeficiente longitudinal de dispersión-difusión*  $E$ , de acuerdo con la ecuación de Einstein-Smoluchowsky:

$$E = \frac{\theta dp^2 U_x^2}{4R_e \nu} \quad (30)$$

Despejando  $E$  en la ecuación 16 e igualando:

$$\frac{\theta d_p^2 U_x^2}{4R_e \nu} = \frac{\phi^2 U_x^2 \tau}{2} \quad (31)$$

Por lo tanto:

$$\theta = \frac{2R_e \nu \phi^2 \tau}{d_p^2} \quad (32)$$

Ahora, de la ecuación modificada de Darcy,<sup>12</sup> es posible dar una definición específica para el *número de Reynolds* que valga para este entorno, en condiciones de turbulencia.

$$R_e = \frac{4 R^{3/2} C \sqrt{S}}{\nu} \quad (33)$$

Reemplazando este valor en la ecuación 32 se tiene:

$$\theta = \frac{8 R^{3/2} \phi^2 \tau C \sqrt{S}}{d_p^2} \quad (34)$$

Y luego, reemplazando en la 30 y teniendo en cuenta la relación de Chezy, se tiene:

$$E = \frac{2R^{3/2} C^3 S^{3/2} \phi^2 \tau}{R_e \nu} \quad (35)$$

Finalmente, despejando el coeficiente de resistencia de Chezy, se puede obtener una definición más general para este parámetro:<sup>13</sup>

$$C = \left( \frac{E}{2\phi^2 \tau} \right)^{1/3} \left[ \frac{(\nu R_e)^{1/3}}{R^{3/2} S^{1/2}} \right] \quad (36)$$

Usando una de las definiciones de *rugosidad*<sup>14</sup>  $n$ , por ejemplo la ecuación de Manning, puede obtenerse igualmente una definición más general para este número:

$$n = \frac{R^{1/6}}{C} = \frac{R \sqrt{S} (2\phi^2 \tau)^{1/3}}{E^{1/3} (\nu R_e)^{1/3}} \quad (37)$$

La ventaja de estas ecuaciones es que de manera racional establecen una relación en-

11. La introducción de esta falsa variable es facilitar la hilación del argumento. Esta variable desaparece cuando ya ha sido posible definir sus valores internos.

12. Darcy, Weisbach y otros, propusieron una ecuación en la que se relaciona la velocidad cuadrática del cauce con la pérdida de carga, una razón geométrica, un factor de rozamiento y la aceleración de la gravedad. Después de algunas transformaciones se obtiene la ecuación 33. Este desarrollo específico se omite por no aportar ninguna novedad a la argumentación.

13. Es interesante observar como esta expresión no contiene algún parámetro empírico, lo que restringiría su generalidad.

14. Se recuerda que existe una variedad de ecuaciones para este propósito, muchas de ellas propuestas por autores rusos.

tre parámetros hidráulicos, de geomorfología y de transporte.<sup>15</sup>

## Curvas de trazado

### Naturaleza de la curva no fickiana y su interpretación

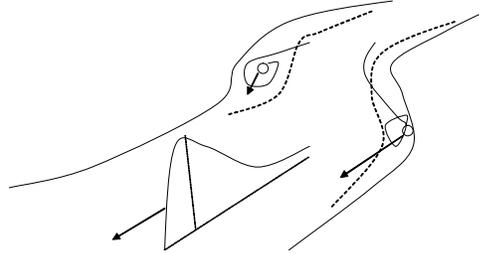
Las teorías contemporáneas sobre el proceso de transporte en cauces turbulentos tienen un enfoque diverso, aunque priman aquellas que consideran que la forma asimétrica de la curva de las riadas del trazador se debe fundamentalmente a la presencia de “zonas muertas” o “bolsones de almacenamiento” en las corrientes irregulares. Según esta interpretación, las partículas de trazador serían retenidas en zonas de turbulencia donde su “almacenamiento” inicial y su posterior “liberación” contribuirían a la formación de la larga cola de la riada (Figura 8).

Como corolario de esta interpretación, se promueve la idea de la existencia de un “centroide de masa” desfasado del punto de máxima concentración, que explica la aparente asimétrica distribución de la masa en la riada y sobre el cual se establece toda la cinemática del trazador<sup>16</sup> (Figura 9).

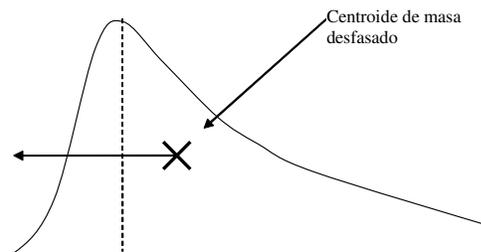
Lo anterior permite hacer observaciones a este enfoque, tales como:

- La no unicidad de la hipótesis del centroide de masa como origen de la asimetría de

**Figura 8**  
Partículas de trazador retenidas en “zonas muertas”



**Figura 9**  
Centroide de masa desfasado y la cinemática asociada



la distribución del área en las curvas del trazador.

A continuación se demostrará que la asimetría del área bajo la curva asimétrica de la riada no modifica la distribución de masa y que, por el contrario, aparece como una consecuencia natural de la diferencia de velocidades de los iones con respecto al observador euleriano.

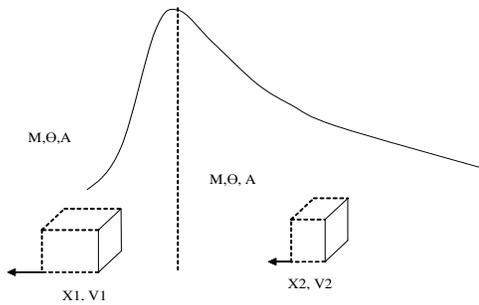
Para ello, considérense dos áreas transversales idénticas, situadas en las dos zonas de velocidad efectiva diferente. Sea, además, una determinada masa del trazador que diluida en

15. Esta aproximación por Manning no es la única ni siempre la mejor aceptada. A veces se prefiere una aproximación a la rugosidad mediante el “factor de rozamiento”  $f$ , de Darcy-Weisbach. El método aquí propuesto es transparente a esta dicotomía, e igual podría haber acatado este último factor.

16. Se debe suponer según esta argumentación, que por alguna razón la masa del trazador se distribuye asimétricamente entre las dos mitades de la curva, o sea que es mayor en la mitad derecha.

el agua avanza a partir del área de referencia barriendo un volumen durante un tiempo  $\Theta$  igual (Figura 10).

**Figura 10**  
Volúmenes generados a lado y lado por masas del trazador móviles



Es evidente que como los iones en el sector izquierdo son más veloces, entonces  $X_1$  es mayor que  $X_2$ ; elongación correspondiente al sector derecho, donde son más lentos. Esto a su vez implica que el volumen barrido  $V_1$  es mayor que el volumen barrido  $V_2$ .

Ahora calcúlese un área de la curva del trazador, correspondiente a cada situación:

$$A_1 = \int_0^{\theta} \left( \frac{M}{V_1} \right) dt \quad (38)$$

y

$$A_2 = \int_0^{\theta} \left( \frac{M}{V_2} \right) dt \quad (39)$$

Es claro en estas circunstancias que también  $A_1$  es menor que  $A_2$ , y queda demostrado que la asimetría de áreas *no* se debe en este caso a una variación de la masa a un lado, sino a la variación de la velocidad a un lado. Si la masa se conserva igual a cada lado, entonces el

pretendido "centroide de masa" se convierte en el "centro de masa" normal, que *no* está desfasado con respecto al punto de máxima conductividad.

La aplicación sistemática de la ecuación 22 permite superar el problema de las curvas de trazador no-fickianas, pues sin tomar en cuenta hipótesis *ad-hoc*, esta modelación muestra la asimetría requerida, tal como se podrá verificar en las jornadas de campo documentadas.

### Naturaleza y evolución de la función $\Phi(t)$

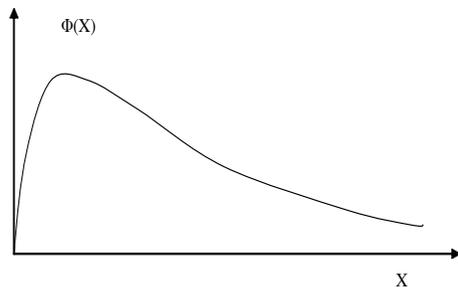
Esta función  $\Phi$  cumple un papel vital en el desarrollo de la teoría presentada. A continuación se amplía su concepto:

Al relacionar, por un lado, la velocidad advectiva media del flujo  $U_x$ , fuente de las inestabilidades que ocurren en el flujo y vector de la energía gravitatoria que conforma el escenario donde ocurre la perturbación electroquímica y, por otro lado, la velocidad difusiva-dispersiva de la masa del trazador dentro del flujo, mecanismo con el cual el sistema tiende al equilibrio, es claro que la naturaleza de esta función es termodinámica, representando en cierta forma la evolución de los parámetros de energía puestos en juego en el proceso en cuestión.

Con respecto a su propia forma, algunos cálculos hechos sobre datos tomados en vertimientos en los que se hicieron mediciones a diferentes distancias, sugieren un comportamiento de  $\Phi(X)$ ,<sup>17</sup> como se muestra en la Figura 11.

17. Nótese que se ha cambiado la variable "t" por "X", lo cual se puede hacer a través de la velocidad. Normalmente en las mediciones es lo más intuitivo asociar " $\Phi$ " con la distancia. Para cada distancia hay una "función de asimetría" específica, es por lo tanto un parámetro con la distancia.

**Figura 11**  
Comportamiento típico de  $\Phi(X)$



Al respecto, si se utilizan trazadores iónicos, se puede recordar de la teoría electroquímica básica, que inicialmente cuando la masa del trazador ingresa al agua, la entropía de hidratación de las sales *disminuye*<sup>18</sup> gracias al efecto orientador de la interacción entre iones y dipolos de agua, pero después prima un incremento de la entropía al destruirse la ordenación del enrejado iónico. Si se considera el sistema como isotérmico, podría identificarse que el proceso gana inicialmente energía libre y luego esta disminuye, y esa sería la tendencia que muestra la curva de  $\Phi(X)$ . Así mismo, si se establece a  $\Phi(t)$  como una función que describe solo la parte descendente (a partir del pico), se puede poner de la forma:

$$\phi(t) = \phi_0 \frac{1}{\sqrt{t}} \quad (40)$$

Se puede demostrar que  $\Phi$  es un factor que tiene en cuenta la capacidad de dispersión unitaria del cauce en estudio, o sea, podría servir para caracterizar tramos de cauces desde el punto de vista del impacto dinámico de las contaminaciones.<sup>19</sup>

Desde un punto de vista operativo, la función  $\Phi(t)$  mide la *asimetría* de la riada del trazador, lo cual indica que la función lleva información del grado de cercanía de la riada con un patrón fickiano ideal, lo cual se va consiguiendo en la medida en que el trazador avance en el cauce.

## Resultados experimentales

Se documentan en seguida dos experimentos representativos en los que se aplican las nuevas ecuaciones sobre dos canales, de tal forma que se pueda tener un dato más preciso sobre los valores reales de las pendientes.

### Mediciones sobre un canal de asbesto-cemento

Se hicieron ocho pruebas sobre una canaleta de asbesto-cemento, tomando dos sitios y dos cantidades de sal. Es un canal de relativa alta velocidad. Se puede partir de un valor de manning aproximado a  $n = 0.011$  con una pendiente aproximada de 1.0%. La profundidad media es de 0.073 m y el ancho medio es de 0.38 m (Figura 12).

#### – Primer experimento

$$M = 30 \text{ g} \quad X = 100 \text{ m.}$$

Los resultados se muestran en la Tabla 1.

Para facilitar el ejercicio de comparación, las riadas experimentales se grafican superpues-

18. Es claro que este proceso solo se da si la entropía en otra parte del sistema *aumenta*, para que en conjunto, como sistema aislado, la entropía total *crezca*, de acuerdo con el segundo principio.

19. Este factor relaciona al coeficiente de dispersión-difusión  $E$ , con la velocidad media del cauce  $Ux$ , ya que ambas características tienen que ver con la capacidad final del tramo del cauce para minimizar la concentración de trazador.

**Figura 12**  
Canaleta de prueba



tas al modelo teórico desarrollado con los datos tomados por el instrumento, a partir de la ecuación 22. Las curvas reales se distinguen por las fluctuaciones de conductividad, por una discretización más evidente y por una terminación más temprana. Al extremo izquierdo de las figuras se tiene un trazo que utiliza el programa para verificar ciertas interpolaciones y no es usado en el presente ejercicio<sup>20</sup> (Figura 13).

– Segundo experimento

$$M = 18.2 \text{ g.} \quad X = 75 \text{ m.}$$

Los resultados se muestran en la Tabla 2.

Con estos datos y utilizando la ecuación 22 se traza el modelo teórico que se superpone a las curvas reales, dispuestas a partir de los datos de conductividad en función del tiempo. Las curvas experimentales están sujetas a fluctuaciones como se verifica en las gráficas de la Figura 14.

Los resultados de estos experimentos, tomados a dos distancias y con diferente masa,

**Tabla 1**

Datos experimentales tomados por el instrumento en el primer experimento

Riada No.	$\Phi$	$U_x$ M/s	C max Mg/l	E M <sup>2</sup> /s	Q M <sup>3</sup> /s
1	0.35	1.11	13.1	1.47	0.061
2	0.34	1.18	11.7	1.48	0.076
3	0.34	1.10	14.1	1.38	0.059
4	0.34	1.11	14.3	1.40	0.059
Promedio	0.34	1.13	13.3	1.43	0.064

muestran una convergencia del valor del coeficiente de dispersión turbulenta, con un error menor al 2%. Para el caudal, el error es mayor, siendo menor al 15%. Una probable razón de esta diferencia es el filtro que modifica en fase la información de las señales más rápidas (en este caso la del segundo experimento) deteriorando fundamentalmente su "altura", que condiciona principalmente al caudal. En ambos casos las figuras teóricas se acoplan bastante bien con las riadas experimentales, indicando un modelamiento ajustado.

Se observa un adecuado comportamiento para el valor la función  $f$ , el cual disminuye con la distancia.

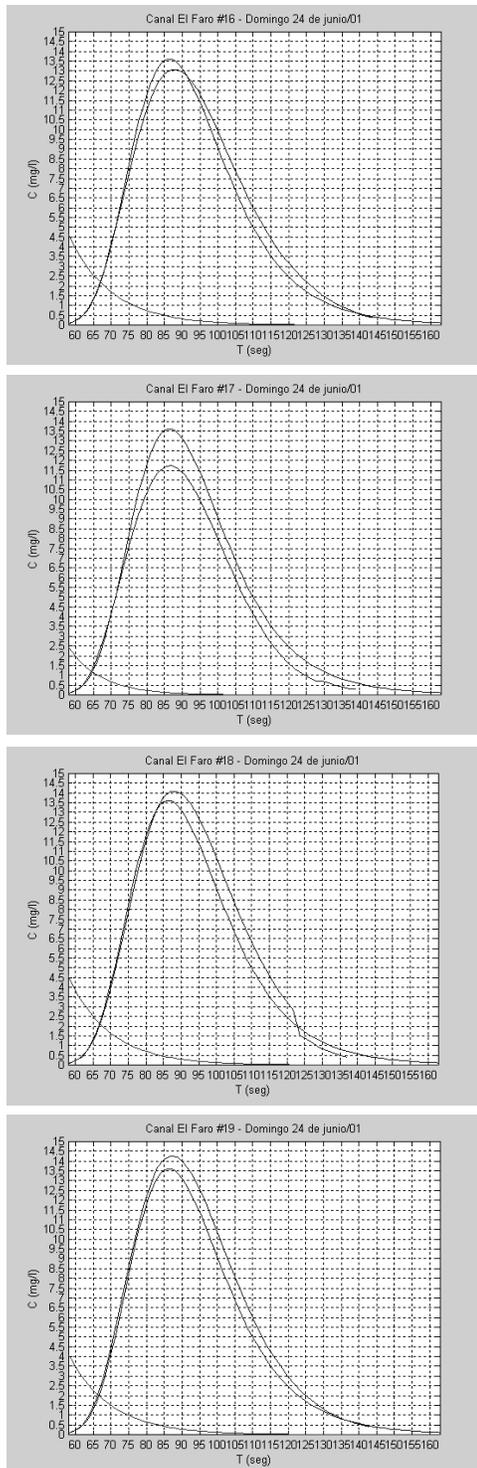
**Tabla 2**

Datos experimentales tomados por el instrumento en el segundo experimento

Riada No.	$\Phi$	$U_x$ M/s	Cmaxima Mg/l	E M <sup>2</sup> /s	Q M <sup>3</sup> /s
1	0.351	1.40	10.86	1.40	0.075
2	0.351	1.40	11.05	1.40	0.075
3	0.351	1.40	11.46	1.40	0.072
4	0.369	1.44	11.16	1.59	0.075
Promedio	0.356	1.41	11.13	1.45	0.075

20. El programa fuente para estas gráficas fue Matlab y por lo tanto su edición no es flexible para indicar claramente cuál es la curva experimental y cuál la teórica, por ello se explica que la curva real sufre de fluctuaciones. Actualmente se tiene un software en el que las figuras son mostradas en Java con gran capacidad de edición.

**Figura 13**  
Comparación entre curvas reales  
y teóricas para el primer experimento



### Mediciones sobre un canal calibrado

Para verificar experimentalmente las fórmulas propuestas en la relación entre fenómenos de transporte y parámetros hidráulicos, se plantea una jornada técnica en el canal calibrado de la Universidad del Cauca (Figura 15).

Estas se aplican en cinco series de mediciones del trazador iónico, con caudales que van desde 0.3 litros/s hasta 3.8 litros/s. El canal tiene dos perfiles: Uno de sección rectangular de 9.0 m de largo y otro de sección trapezoidal de 6.0 m de largo.<sup>21</sup>

Ambos presentan cierto desgaste en su recubrimiento. La temperatura del agua media durante el experimento fue de 19 °C. El canal completo tiene una pendiente media ponderada de 0.0020. Las mediciones se hacen con el instrumento digital IMHE MC-1 mostrado en la Figura 16. Este instrumento tiene programadas en su interior las fórmulas básicas presentadas aquí.

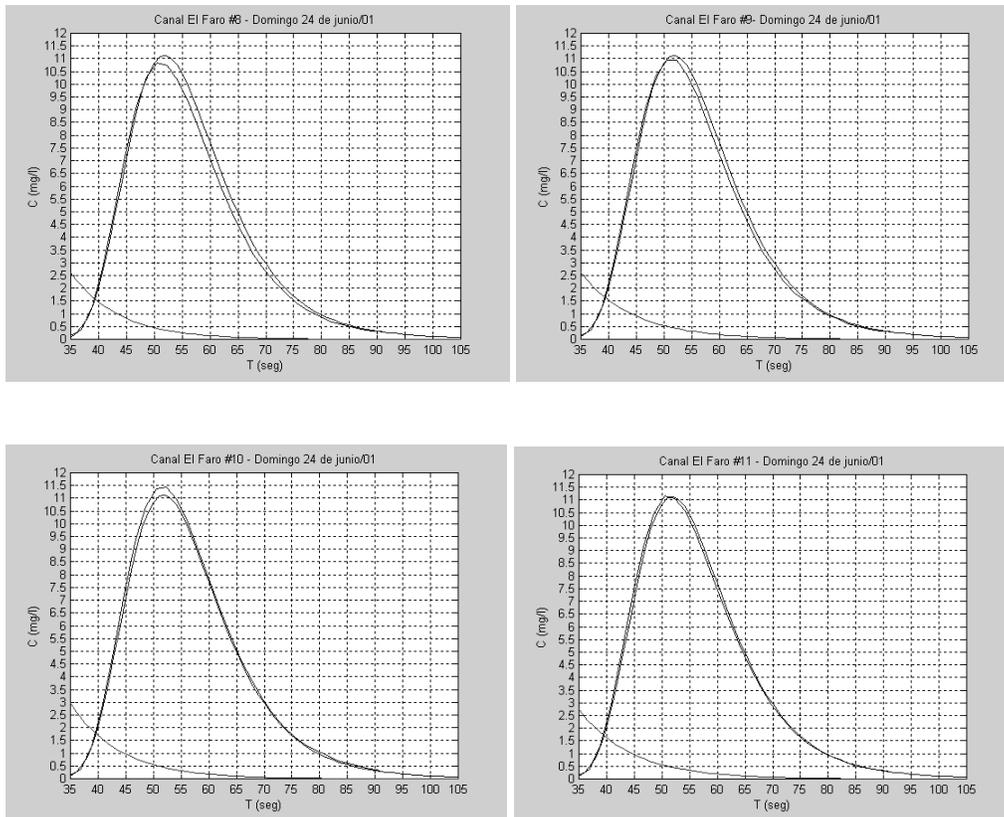
Actualmente se tiene una versión más avanzada, el INIRIDA DEEP FLOW (IDF), combinación de hardware y software que permite ver en tiempo real la curva del trazador y hacer modelación y análisis de la misma en forma interactiva.

El instrumento hace mediciones muy precisas sobre la conductividad excedentaria producida por las curvas de trazador y sobre los tiempos involucrados en tal transporte, ofreciendo los resultados de los diferentes parámetros en su despliegue digital.

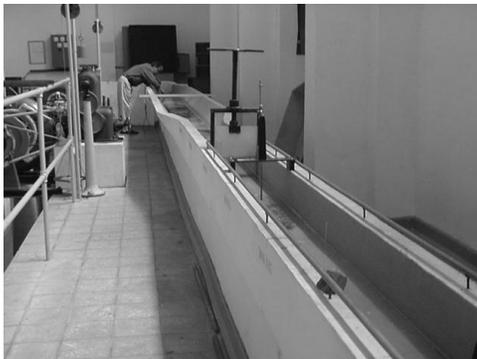
Para la jornada técnica en cuestión los resultados de los cinco experimentos se muestran

21. Para realizar un cálculo unitario para todo el canal se ponderan los parámetros geométricos de las dos secciones.

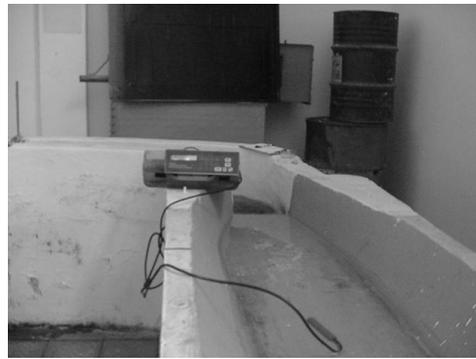
**Figura 14**  
Comparación entre curvas reales y teóricas para el segundo experimento



**Figura 15**  
Canal bajo estudio



**Figura 16**  
El instrumento digital IMHE MC-1 midiendo



en la Tabla 3.  $C$  es calculado con la fórmula 36 y  $n$  es calculado con la fórmula 37.<sup>22</sup>

Para verificar que las fórmulas propuestas para el Coeficiente de Resistencia de Chezy y el

22. Nótese como las fórmulas no solo relacionan los datos conocidos, esto es  $C$ ,  $R$ ,  $U_x$  y  $S$ , de acuerdo con Chezy, sino también los datos de transporte, que así son enteramente congruentes con los condicionamientos hidráulicos, como se ha planteado. En esta serie de experimentos los datos de "entrada" al instrumento son: Anchura media del canal, masa, distancia y temperatura. Los datos de "salida" son Chezy, Reynolds y Manning.

número de Manning arrojan respuestas coherentes y ajustadas, se usan cinco fórmulas convencionales normalmente halladas en la literatura, las cuales se escriben a continuación.

1. Pablosky

si  $y = 2.5\sqrt{n} - 0.13 - 0.75\sqrt{R}(\sqrt{n} - 0.10)$  y  $R < 3.0$  m.

2. Agroskin:

$$C = \frac{1}{n} + 17.72 \text{ Log}(R)$$

3. Talmaz:

$$C = \frac{1}{n} + (21 - 100n)\text{Log}(h)$$

4. Agroskin modificada:

$$C = \frac{1}{n} + (27.5 - 300n)\text{Log}(R)$$

5. Zhelezniakov:

$$C = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{n} - \frac{\sqrt{g}}{0.13} (1 - \text{Log}(R)) \right] + \sqrt{\frac{1}{4} \left[ \frac{1}{n} - \frac{\sqrt{g}}{0.13} (1 - \text{Log}(R)) \right]^2 + \frac{\sqrt{g}}{0.13} \left( \frac{1}{n} + \sqrt{g} \text{Log}(R) \right)}$$

Estas fórmulas clásicas usan los mismos valores de  $n$  que se obtienen en el instrumento y calculan independientemente a  $C$  (medido en  $m^{-1/2}/s$ ). Los resultados se muestran en la Tabla 4. Las filas describen el tipo de fórmula convencional utilizada y las columnas los cinco experimentos realizados con trazadores.

Los resultados del cálculo de  $C$  en función de los  $n$  se muestran en las gráficas de la Figura 16.

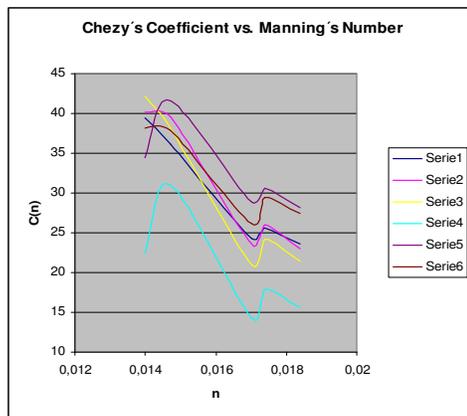
**Tabla 3**  
Resultados de los cinco experimentos.

#	Chezy C (m <sup>1/2</sup> /s)	n	Prof. media h	T (s)	F	Coefficiente de dispersión	Velocidad Media Ux (m/s)	Radio Hidráulico R (m)	Número de Reynolds Re
1	38.1	0.0140	0.0321	12.7	0.290	0.036	0.260	0.0267	22973
2	37.8	0.0147	0.0296	12.4	0.320	0.044	0.265	0.0249	24295
3	27.5	0.0184	0.0193	20.2	0.374	0.037	0.162	0.0171	10630
4	29.5	0.0174	0.0186	20.4	0.457	0.052	0.160	0.0166	10907
5	26.1	0.0170	0.0109	34.3	0.417	0.031	0.101	0.0102	2972

**Tabla 4**  
Coeficientes de Chezy obtenidos de las fórmulas clásicas

Fórmula	1	2	3	4	5	Curva
Pablosky	39.43	36.18	23.51	25.63	24.28	1
Agroskin	40.15	39.61	23.04	25.93	23.54	2
Talmaz	42.16	38.17	21.50	24.14	20.96	3
Agroskin modificada	22.41	31.00	15.51	17.82	14.22	4
Zheleniakov	34.43	41.62	28.08	30.56	28.92	5
Promedio	35.72	37.32	22.33	24.82	22.38	

**Figura 16**  
Gráfica para las fórmulas convencionales y la nueva



Los resultados de las fórmulas clásicas van de la serie 1 hasta la 5. Los resultados de las fórmulas propuestas son la serie 6. Como se puede observar, los comportamientos son bastante homogéneos.

## Conclusiones

- Este trabajo permite aplicar de manera práctica las propuestas teóricas del llamado Grupo de Bruselas, dirigido por Ilya Pri-

gogine, quien sustenta una naturaleza “Random Walk” para los movimientos erráticos en el seno de los sistemas disipativos. Este enfoque permite llegar a unas fórmulas sencillas que integran campos de hidráulica, geomorfología y transporte.

- Las ecuaciones hidráulicas y de transporte de masa en cauces turbulentos que se propusieron han tenido una adecuada convergencia con los diversos datos experimentales y sus premisas han sido confrontadas con diversas teorías contiguas ya existentes, mostrando la debida coherencia. Estas expresiones ofrecen un interesante puente racional entre estos parámetros.
- La tecnología subsiguiente consistente en un instrumento digital inicial y posteriormente en un software, que siendo utilizados en Colombia por diversos actores ambientales para realizar la necesaria adquisición de datos con miras a la administración y control eficientes del recurso agua.

## Bibliografía

- BOCKRIS J.O'M y REDDY A.K. *Electroquímica moderna*. Volumen 1. Barcelona: Editorial Reverté. 1978.
- CONSTAÍN A., LEMOS R. y CARVAJAL A. *Medición de factores de resistencia y el de difusión turbulenta en cauces fluviales*. Volumen 1. Anales XIX Congreso Latinoamericano de Hidráulica. Córdoba, Argentina: 2000.
- CONSTAÍN A., ÁGREGO O. y J.C. MENA. *Fundamentación física para el diseño de un instrumento de medición de coeficientes de difusión turbulenta*. *Metrología 2000*. Guadalajara: México, 2000.
- CONSTAÍN A. *Applications of a non uniform flow velocity equation in streams*. *River Flow 2002*. Balkema, Netherlands: 2002.

- CONSTAÍN A, LEMOS R, y CARVAJAL A. *Tecnología IMHE: Nuevos desarrollos en la hidráulica*. Revista Ingeniería Civil, Cedex, No. 129, Madrid: 2003
- CONSTAÍN A., LEMOS R. y ÁGREDO O. *Medición y modelación de eventos de transporte en cauces turbulentos mediante tecnología IMHE*. Revista Ingeniería del Agua, Volumen 10. No.1, Valencia, España: 2003.
- CONSTAÍN A., LEMOS R. y ÁGREDO O. *Tecnología IMHE: Nuevos desarrollos de la hidráulica logrados en Colombia*. Revista Ingenierías, Universidad de San Buenaventura, Vol 6-No.1, enero-junio 2003.
- FISHER, H.B. *The mechanics of dispersion in natural streams*. En: *Journal of the Hydraulic Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, Nov. 1967. pp. 187-216.
- FISHER H.B. *Dispersion predictions in natural streams*. En: *Journal of the Sanitary Engineering division. Proceedings of the American Society of Civil Engineers*. Oct. 1968. Pp 927-943
- FRENCH, R. *Open channel hydraulics*. Mc Graw-Hill, N.Y. 1986
- HOLLEY, E.R. *Unified view of diffusion and dispersion*. En: *Journal of the Hydraulics Division. Proceedings of the American Society of Civil Engineers*. March. 1969. Pp 620-631.
- KAC M. y ULAM S. *Matemática y lógica*. Caracas: Monte Ávila Editores, 1979.
- KIRILLIN V.A., SICHEN V.V., y SHEINDLIN A.E. *Termodinámica técnica*. Moscú: Editorial MIR. 1986.
- NICOLIS, G. y PRIGOGINE, I. *La estructura de lo complejo*. Madrid: Alianza Universidad, 1997.
- PRIGOGINE, Ilya. *El fin de las certidumbres*. Santiago de Chile: Editorial Andrés Bello. 1996.
- PRIGOGINE, I. *Las leyes del caos*. Barcelona: Editorial Crítica, 1999.
- STEWART, I. *¿Juega Dios a los dados? La matemática del caos* Madrid: Alfaguara, 1978.
- SUNGYUN, K. y ORDÓÑEZ, G. *Star-unitary transformations from dynamics to irreversibility and stochastic behavior*. En: *Physics Review E-67 056117*. (2003).
- ZEMANSKY, M.W. *Calor y termodinámica*. Madrid: Aguilar, 1968.